

Morphologische multimodale Bildanpassung

Dominik Löchel

1. März 2007

Einführung

- Aufgabenstellung
- Anwendung

Minimierungsproblem

- Abstandsmaß
- Regularisierung
- Randwertaufgabe

Der Algorithmus

- Grundform
- Beispiel mit zwei Geraden

Ergebnisse

- Vergleich der Regularisierung
- Problematische Bilder
- 3D Beispiele

Gegeben sind

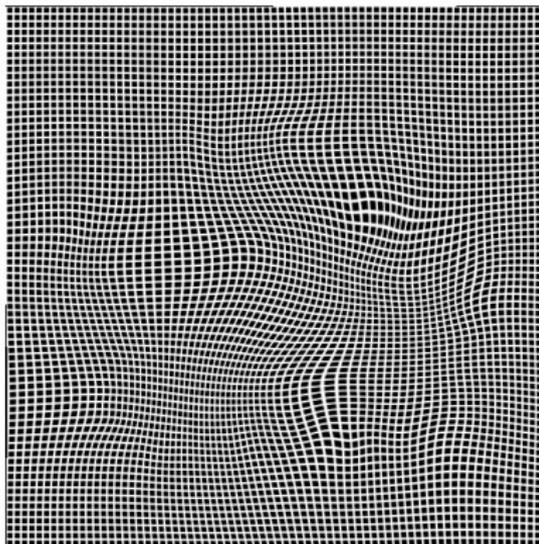


Referenzbild R



Templatebild T

Gesucht ist



Koordinatentransformation
 $\phi(\vec{u})(\vec{x}) := \vec{x} - \vec{u}(\vec{x})$, kurz ϕ



Transformiertes Templatebild
 $T \circ \phi$

Anwendung

Anwendung

► Medizin

Anwendung

- ▶ Medizin
 - ▶ Anpassung von CT-, MR-, Ultraschallaufnahmen und Gewebeschnitten.

Anwendung

- ▶ Medizin
 - ▶ Anpassung von CT-, MR-, Ultraschallaufnahmen und Gewebeschnitten.
 - ▶ Anpassung der Patientenaufnahme an einen Atlas.

Anwendung

- ▶ Medizin
 - ▶ Anpassung von CT-, MR-, Ultraschallaufnahmen und Gewebeschnitten.
 - ▶ Anpassung der Patientenaufnahme an einen Atlas.
- ▶ Landvermessung

Anwendung

- ▶ Medizin
 - ▶ Anpassung von CT-, MR-, Ultraschallaufnahmen und Gewebeschnitten.
 - ▶ Anpassung der Patientenaufnahme an einen Atlas.
- ▶ Landvermessung
 - ▶ Bilder der gleichen Landschaft bei verschiedener Beleuchtung.



Anwendung

- ▶ Medizin
 - ▶ Anpassung von CT-, MR-, Ultraschallaufnahmen und Gewebeschnitten.
 - ▶ Anpassung der Patientenaufnahme an einen Atlas.
- ▶ Landvermessung
 - ▶ Bilder der gleichen Landschaft bei verschiedener Beleuchtung.



- ▶ Bilder der gleichen Landschaft zu verschiedenen Jahreszeiten.

Ein Abstandsmaß

Ein Abstandsmaß

- ▶ Physikalische Motivation

Ein Abstandsmaß

- ▶ Physikalische Motivation
 - ▶ das Objekt besteht aus Massenverteilung $m(\vec{x})$

Ein Abstandsmaß

- ▶ Physikalische Motivation
 - ▶ das Objekt besteht aus Massenverteilung $m(\vec{x})$
 - ▶ $R(\vec{x}) = \chi(m(\vec{x}))$

Ein Abstandsmaß

- ▶ Physikalische Motivation
 - ▶ das Objekt besteht aus Massenverteilung $m(\vec{x})$
 - ▶ $R(\vec{x}) = \chi(m(\vec{x}))$
 - ▶ $T(\vec{x}) = \zeta(m(\vec{x}))$

Ein Abstandsmaß

► Physikalische Motivation

- das Objekt besteht aus Massenverteilung $m(\vec{x})$
- $R(\vec{x}) = \chi(m(\vec{x}))$
- $T(\vec{x}) = \zeta(m(\vec{x}))$
- $\nabla R(\vec{x}) = \chi'(m(\vec{x})) \cdot \nabla m(\vec{x})$

Ein Abstandsmaß

► Physikalische Motivation

- das Objekt besteht aus Massenverteilung $m(\vec{x})$
- $R(\vec{x}) = \chi(m(\vec{x}))$
- $T(\vec{x}) = \zeta(m(\vec{x}))$
- $\nabla R(\vec{x}) = \chi'((m(\vec{x}))) \cdot \nabla m(\vec{x})$
- $\nabla T(\vec{x}) = \zeta'((m(\vec{x}))) \cdot \nabla m(\vec{x})$

Ein Abstandsmaß

- ▶ Physikalische Motivation
 - ▶ das Objekt besteht aus Massenverteilung $m(\vec{x})$
 - ▶ $R(\vec{x}) = \chi(m(\vec{x}))$
 - ▶ $T(\vec{x}) = \zeta(m(\vec{x}))$
 - ▶ $\nabla R(\vec{x}) = \chi'(m(\vec{x})) \cdot \nabla m(\vec{x})$
 - ▶ $\nabla T(\vec{x}) = \zeta'(m(\vec{x})) \cdot \nabla m(\vec{x})$
- ▶ Abstandsmaß

$$d(R, T; \vec{x}) := \nabla R(\vec{x}) \times \nabla T(\vec{x})$$

Ein Abstandsmaß

► Physikalische Motivation

- das Objekt besteht aus Massenverteilung $m(\vec{x})$
- $R(\vec{x}) = \chi(m(\vec{x}))$
- $T(\vec{x}) = \zeta(m(\vec{x}))$
- $\nabla R(\vec{x}) = \chi'(m(\vec{x})) \cdot \nabla m(\vec{x})$
- $\nabla T(\vec{x}) = \zeta'(m(\vec{x})) \cdot \nabla m(\vec{x})$

► Abstandsmaß

$$d(R, T; \vec{x}) := \nabla R(\vec{x}) \times \nabla T(\vec{x})$$

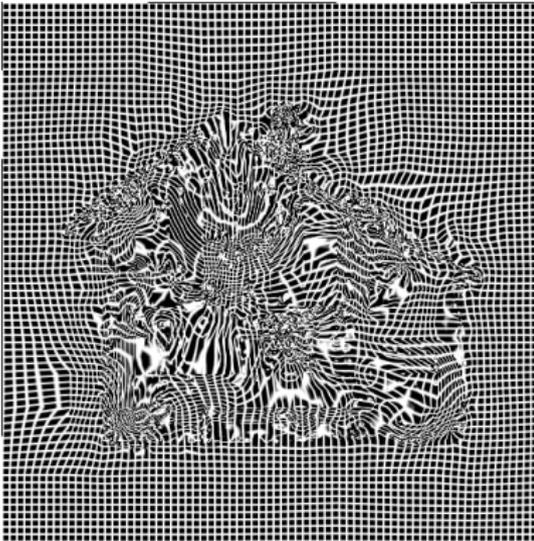
► Abstand der Bilder

$$\mathcal{D}_{R,T} := \int_{\Omega} d(R, T; \vec{x})^2 d\vec{x}$$

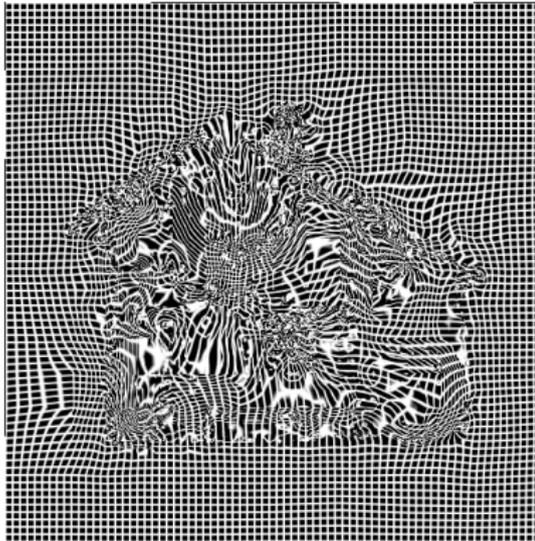
Minimierungsproblem 1

$$\text{minimiere}_{\vec{u}} \underbrace{\int_{\Omega} \left(\overbrace{\nabla R(\vec{x}) \times \nabla T(\phi(\vec{u})(\vec{x}))}^{d(R, T \circ \phi(\vec{u}); \vec{x})} \right)^2 d\vec{x}}_{=:\mathcal{D}_{R,T}(\phi(\vec{u}))}$$

Ergebnis der Minimierung



Ergebnis der Minimierung



- ▶ die äußere Form von $T \circ \phi$ stimmt mit R überein.
- ▶ der Zusammenhalt (Topologie) des Bildes ging verloren.
- ▶ dieses Ergebnis ist unbrauchbar.

Regularisierung

Regularisierung

- ▶ Topologie soll erhalten bleiben

Regularisierung

- ▶ Topologie soll erhalten bleiben
 - ▶ es muss $\vec{u}(\vec{x}) \approx \vec{u}(\vec{x} + \epsilon \cdot \vec{h})$ für kleine $\epsilon > 0$ und jede Richtung \vec{h} gelten.

Regularisierung

- ▶ Topologie soll erhalten bleiben
 - ▶ es muss $\vec{u}(\vec{x}) \approx \vec{u}(\vec{x} + \epsilon \cdot \vec{h})$ für kleine $\epsilon > 0$ und jede Richtung \vec{h} gelten.
 - ▶ mindestens $\|\nabla u_i(\vec{x})\|_2$ muss klein sein

Regularisierung

- ▶ Topologie soll erhalten bleiben
 - ▶ es muss $\vec{u}(\vec{x}) \approx \vec{u}(\vec{x} + \epsilon \cdot \vec{h})$ für kleine $\epsilon > 0$ und jede Richtung \vec{h} gelten.
 - ▶ mindestens $\|\nabla u_i(\vec{x})\|_2$ muss klein sein
 - ▶ ggf. muss auch $|\Delta u_i(\vec{x})|$ klein sein

Regularisierung

- ▶ Topologie soll erhalten bleiben
 - ▶ es muss $\vec{u}(\vec{x}) \approx \vec{u}(\vec{x} + \epsilon \cdot \vec{h})$ für kleine $\epsilon > 0$ und jede Richtung \vec{h} gelten.
 - ▶ mindestens $\|\nabla u_i(\vec{x})\|_2$ muss klein sein
 - ▶ ggf. muss auch $|\Delta u_i(\vec{x})|$ klein sein
 - ▶ Einführen eines Strafterms im Minimierungsproblem

Regularisierung

- ▶ Topologie soll erhalten bleiben
 - ▶ es muss $\vec{u}(\vec{x}) \approx \vec{u}(\vec{x} + \epsilon \cdot \vec{h})$ für kleine $\epsilon > 0$ und jede Richtung \vec{h} gelten.
 - ▶ mindestens $\|\nabla u_i(\vec{x})\|_2$ muss klein sein
 - ▶ ggf. muss auch $|\Delta u_i(\vec{x})|$ klein sein
 - ▶ Einführen eines Strafterms im Minimierungsproblem
 - ▶

$$\text{minimiere}_{\vec{u}} \quad \mathcal{D}_{R,T}(\phi(\vec{u})) + \alpha \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \int_{\Omega} \sum_{i=1}^n \|\nabla u_i(\vec{x})\|_2^2 d\vec{x}}_{=: S_1(\vec{u})}$$

Regularisierung

- ▶ Topologie soll erhalten bleiben
 - ▶ es muss $\vec{u}(\vec{x}) \approx \vec{u}(\vec{x} + \epsilon \cdot \vec{h})$ für kleine $\epsilon > 0$ und jede Richtung \vec{h} gelten.
 - ▶ mindestens $\|\nabla u_i(\vec{x})\|_2$ muss klein sein
 - ▶ ggf. muss auch $|\Delta u_i(\vec{x})|$ klein sein
 - ▶ Einführen eines Strafterms im Minimierungsproblem

$$\text{minimiere}_{\vec{u}} \quad \mathcal{D}_{R,T}(\phi(\vec{u})) + \underbrace{\alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \int_{\Omega} \sum_{i=1}^n \|\nabla u_i(\vec{x})\|_2^2 d\vec{x}}_{=: S_1(\vec{u})}$$

$$\text{minimiere}_{\vec{u}} \quad \mathcal{D}_{R,T}(\phi(\vec{u})) + \underbrace{\alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \int_{\Omega} \sum_{i=1}^n (\Delta u_i(\vec{x}))^2 d\vec{x}}_{=: S_2(\vec{u})}$$

Minimierungsproblem 2

$$\text{minimiere}_{\vec{u}} \underbrace{\mathcal{D}_{R,T}(\phi(\vec{u})) + \alpha \cdot S(\vec{u})}_{I_\alpha(\vec{u})}$$

Minimierungsproblem 2

$$\text{minimiere}_{\vec{u}} \underbrace{\mathcal{D}_{R,T}(\phi(\vec{u})) + \alpha \cdot S(\vec{u})}_{I_\alpha(\vec{u})}$$

- ▶ Anzahl der Parameter in \vec{u} ist Anzahl der Bildpunkte mal Dimension. Z.B. $256^3 \cdot 3 > 50$ Millionen.

Minimierungsproblem 2

$$\text{minimiere}_{\vec{u}} \underbrace{\mathcal{D}_{R,T}(\phi(\vec{u})) + \alpha \cdot S(\vec{u})}_{I_\alpha(\vec{u})}$$

- ▶ Anzahl der Parameter in \vec{u} ist Anzahl der Bildpunkte mal Dimension. Z.B. $256^3 \cdot 3 > 50$ Millionen.
- ▶ gewöhnliche Abstiegsverfahren wie *steepest descent* oder die *Simplexmethode von Nelder und Mead* sind unpraktikabel

Minimierungsproblem 2

$$\text{minimiere}_{\vec{u}} \underbrace{\mathcal{D}_{R,T}(\phi(\vec{u})) + \alpha \cdot S(\vec{u})}_{I_\alpha(\vec{u})}$$

- ▶ Anzahl der Parameter in \vec{u} ist Anzahl der Bildpunkte mal Dimension. Z.B. $256^3 \cdot 3 > 50$ Millionen.
- ▶ gewöhnliche Abstiegsverfahren wie *steepest descent* oder die *Simplexmethode von Nelder und Mead* sind unpraktikabel
- ▶ Im Minimum des Funktionals $I_\alpha(\vec{u})$ gilt die notwendige Bedingung

$$\frac{\partial}{\partial \vec{u}} I_\alpha(\vec{u}) \vec{h} = 0 \quad \text{für jede Richtung } \vec{h} \in H_2(\Omega)^n$$

Minimierungsproblem 2

$$\text{minimiere}_{\vec{u}} \underbrace{\mathcal{D}_{R,T}(\phi(\vec{u})) + \alpha \cdot S(\vec{u})}_{I_\alpha(\vec{u})}$$

- ▶ Anzahl der Parameter in \vec{u} ist Anzahl der Bildpunkte mal Dimension. Z.B. $256^3 \cdot 3 > 50$ Millionen.
- ▶ gewöhnliche Abstiegsverfahren wie *steepest descent* oder die *Simplexmethode von Nelder und Mead* sind unpraktikabel
- ▶ Im Minimum des Funktionals $I_\alpha(\vec{u})$ gilt die notwendige Bedingung

$$\frac{\partial}{\partial \vec{u}} I_\alpha(\vec{u}) \vec{h} = 0 \quad \text{für jede Richtung } \vec{h} \in H_2(\Omega)^n$$

- ▶ Aus der notwendigen Bedingung folgt eine nicht-lineare Randwertaufgabe (RWA).

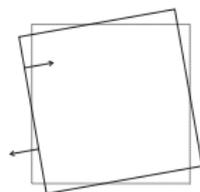
Die Randwertaufgabe

harmonische Randwertaufgabe zu S_1 mit Dirichlet Randbedingung

$$\begin{aligned} -\alpha \cdot \Delta u_i &= -(\vec{f}_\Omega)_i && \text{auf } \Omega \\ u_i &= 0 && \text{auf } \partial\Omega. \end{aligned}$$

biharmonische Randwertaufgabe zu S_2 mit Dirichlet Randbedingung

$$\begin{aligned} \alpha \cdot \Delta^2 u_i &= -(\vec{f}_\Omega)_i && \text{auf } \Omega \\ \Delta u_i &= 0 && \text{auf } \partial\Omega \\ u_i &= 0 && \text{auf } \partial\Omega \end{aligned}$$



$$\vec{f}_\Omega = -((\nabla d)^t \cdot \nabla R^\perp) \cdot (\nabla T) \circ \phi$$

Der Algorithmus in seiner Grundform

Der Algorithmus in seiner Grundform

- ▶ Gegeben sei eine Startlösung \vec{u}_0 (z.B. $\vec{u} = \vec{0}$). Setze $k := 0$.

Der Algorithmus in seiner Grundform

- ▶ Gegeben sei eine Startlösung \vec{u}_0 (z.B. $\vec{u} = \vec{0}$). Setze $k := 0$.
- ▶ Berechne die Kräfte $\vec{f}_\Omega(\vec{u}_k)$.

Der Algorithmus in seiner Grundform

- ▶ Gegeben sei eine Startlösung \vec{u}_0 (z.B. $\vec{u} = \vec{0}$). Setze $k := 0$.
- ▶ Berechne die Kräfte $\vec{f}_\Omega(\vec{u}_k)$.
- ▶ Löse die RWA. Z.B. mit der Sinustransformation. Die Lösung sei \vec{w}_k .

Der Algorithmus in seiner Grundform

- ▶ Gegeben sei eine Startlösung \vec{u}_0 (z.B. $\vec{u} = \vec{0}$). Setze $k := 0$.
- ▶ Berechne die Kräfte $\vec{f}_\Omega(\vec{u}_k)$.
- ▶ Löse die RWA. Z.B. mit der Sinustransformation. Die Lösung sei \vec{w}_k .
- ▶ Eindimensionales Minimierungsproblem
minimiere $_{\rho}$ $\mathcal{D}_{R,T}(\vec{u}_k - \rho \cdot \vec{w}_k)$.

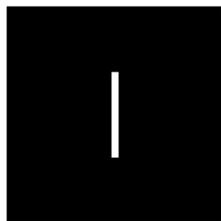
Der Algorithmus in seiner Grundform

- ▶ Gegeben sei eine Startlösung \vec{u}_0 (z.B. $\vec{u} = \vec{0}$). Setze $k := 0$.
- ▶ Berechne die Kräfte $\vec{f}_\Omega(\vec{u}_k)$.
- ▶ Löse die RWA. Z.B. mit der Sinustransformation. Die Lösung sei \vec{w}_k .
- ▶ Eindimensionales Minimierungsproblem
minimiere $\rho \mathcal{D}_{R,T}(\vec{u}_k - \rho \cdot \vec{w}_k)$.
- ▶ Setze $\vec{u}_{k+1} := \vec{u}_k - \rho^{\text{opt}} \cdot \vec{w}_k$.

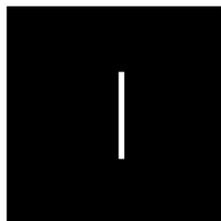
Der Algorithmus in seiner Grundform

- ▶ Gegeben sei eine Startlösung \vec{u}_0 (z.B. $\vec{u} = \vec{0}$). Setze $k := 0$.
- ▶ Berechne die Kräfte $\vec{f}_\Omega(\vec{u}_k)$.
- ▶ Löse die RWA. Z.B. mit der Sinustransformation. Die Lösung sei \vec{w}_k .
- ▶ Eindimensionales Minimierungsproblem
minimiere $_{\rho}$ $\mathcal{D}_{R,T}(\vec{u}_k - \rho \cdot \vec{w}_k)$.
- ▶ Setze $\vec{u}_{k+1} := \vec{u}_k - \rho^{\text{opt}} \cdot \vec{w}_k$.
- ▶ Setze $k := k + 1$ und gehe zu Zeile 2.

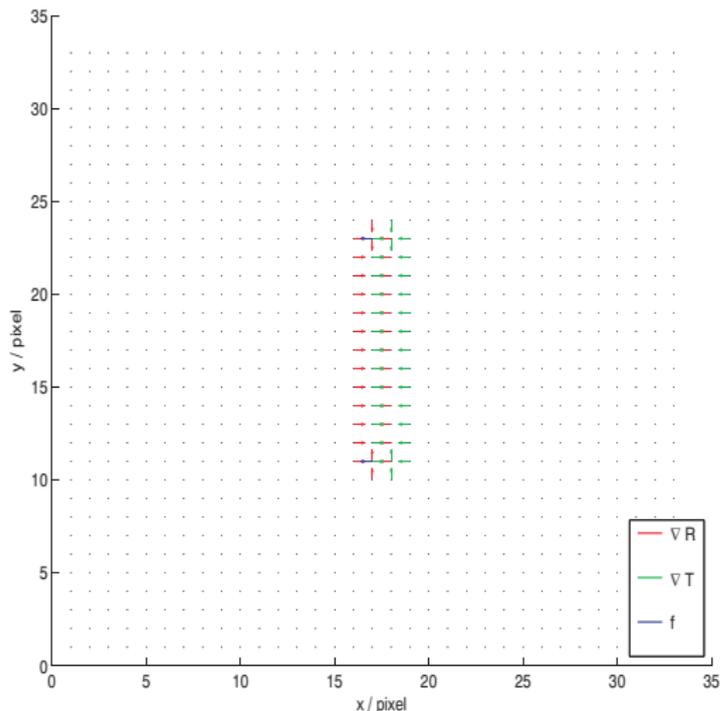
Die Bilder



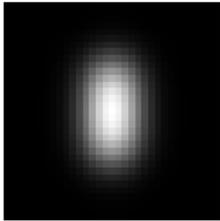
Referenz R



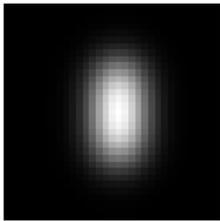
Template T



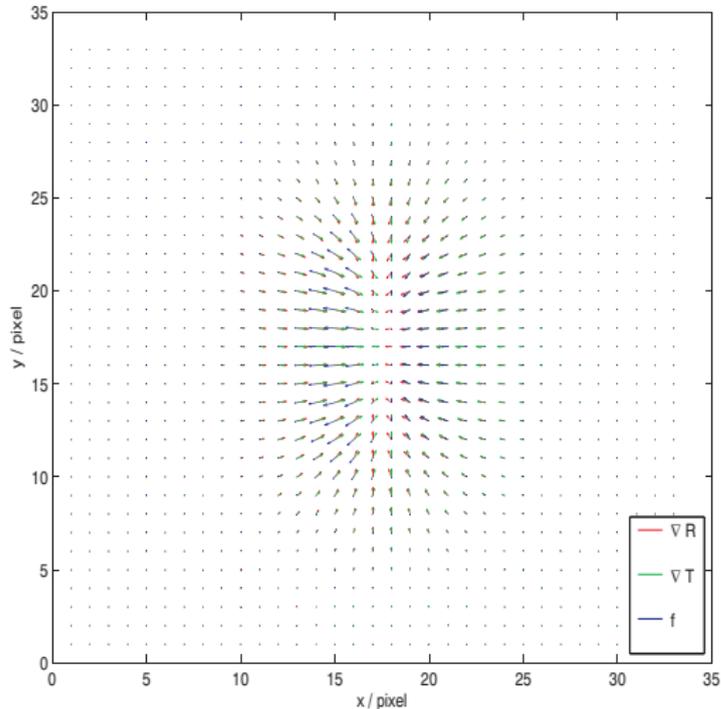
Die Bilder geglättet



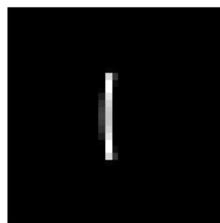
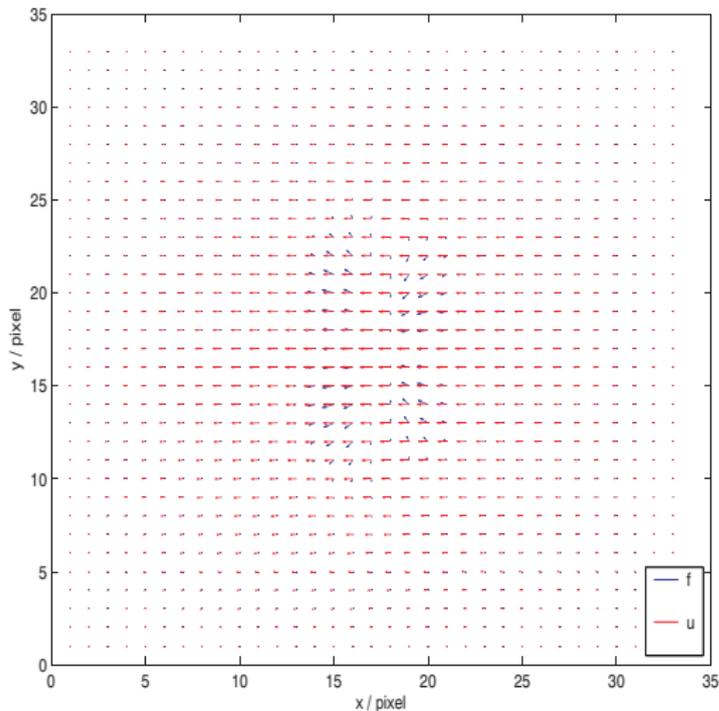
Referenz R_t



Template T_t



Die regularisierten Kräfte



T mit $4.2 \cdot 10^5 \cdot \vec{u}$

verschoben



T mit
 $4 \cdot 4.2 \cdot 10^5 \cdot \vec{u}$ verschoben

Die Glättungsiteration

- ▶ Beginne mit stark geglätteten Bildern.

Die Glättungsiteration

- ▶ Beginne mit stark geglätteten Bildern.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den geglätteten Bildern durch.

Die Glättungsiteration

- ▶ Beginne mit stark geglätteten Bildern.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung.

Die Glättungsiteration

- ▶ Beginne mit stark geglätteten Bildern.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den weniger stark geglätteten Bildern durch.

Die Glättungsiteration

- ▶ Beginne mit stark geglätteten Bildern.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den weniger stark geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung nochmals.

Die Glättungsiteration

- ▶ Beginne mit stark geglätteten Bildern.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den weniger stark geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung nochmals.
- ▶ u.s.w.

Die Glättungsiteration

- ▶ Beginne mit stark geglätteten Bildern.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den weniger stark geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung nochmals.
- ▶ u.s.w.

Die Glättungsiteration

- ▶ Beginne mit stark geglätteten Bildern.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den weniger stark geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung nochmals.
- ▶ u.s.w.

Vorteil:

- ▶ Die Kanten werden breiter und überlappen sich dadurch.

Die Glättungsiteration

- ▶ Beginne mit stark geglätteten Bildern.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den weniger stark geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung nochmals.
- ▶ u.s.w.

Vorteil:

- ▶ Die Kanten werden breiter und überlappen sich dadurch.
- ▶ Feine Strukturen werden unsichtbar, die groben Strukturen überwiegen.

Die Glättungsiteration

- ▶ Beginne mit stark geglätteten Bildern.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung.
- ▶ Führe die Bildregistrierung mit den weniger stark geglätteten Bildern durch.
- ▶ Reduziere die Glättung nochmals.
- ▶ u.s.w.

Vorteil:

- ▶ Die Kanten werden breiter und überlappen sich dadurch.
- ▶ Feine Strukturen werden unsichtbar, die groben Strukturen überwiegen.
- ▶ Die Auflösung kann bei starker Glättung reduziert werden.

Die Eingabebilder

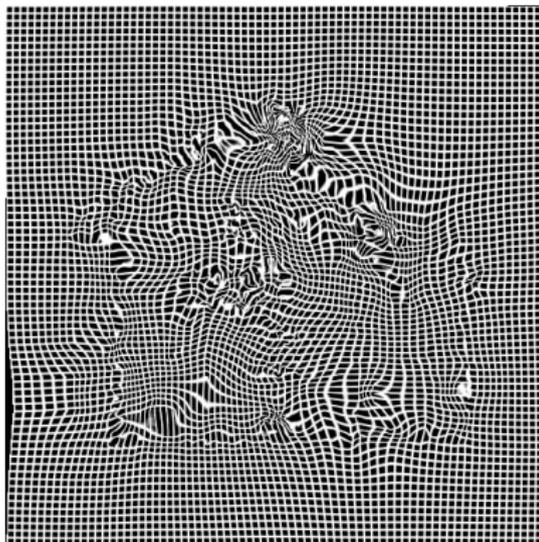


Referenzbild R



Templatebild T

Mit dem harmonischen Operator

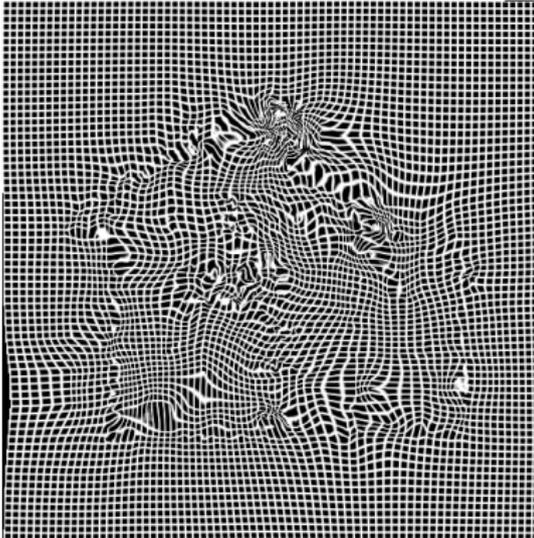


Koordinatentransformation



Templatebild $T \circ \phi_{\text{harmonisch}}$

Mit dem harmonischen Operator



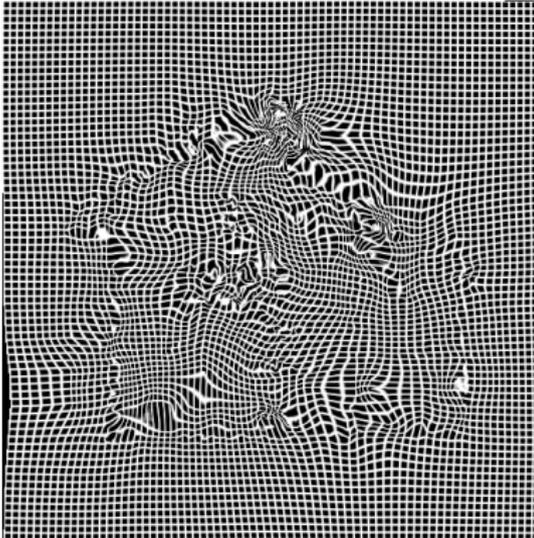
Koordinatentransformation

- ▶ Es treten lokal artifizielle Deformationen auf.



Templatebild $T \circ \phi_{\text{harmonisch}}$

Mit dem harmonischen Operator



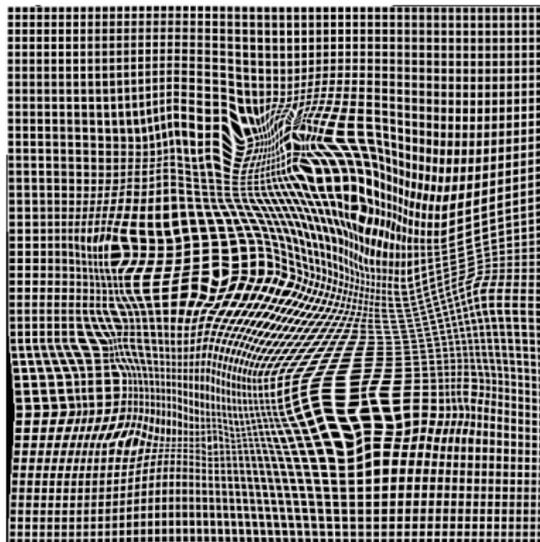
Koordinatentransformation

- ▶ Es treten lokal artifizielle Deformationen auf.
- ▶ Die harmonische Regularisierung ist zu schwach.



Templatebild $T \circ \phi_{\text{harmonisch}}$

Mit dem sesqui-harmonischen Operator

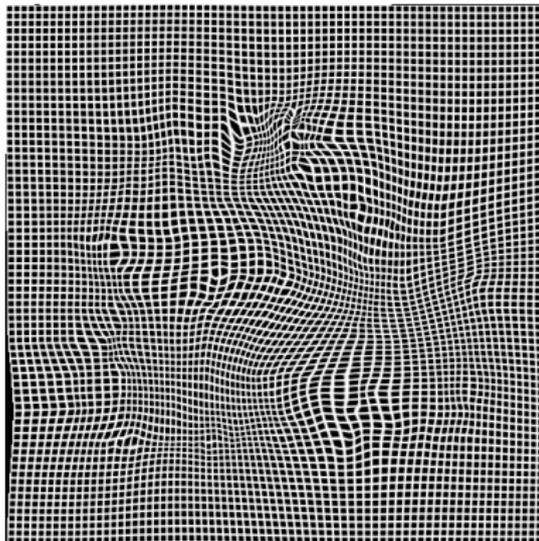


Koordinatentransformation



Templatebild $T \circ \phi_{\text{sesqui-harm}}$

Mit dem sesqui-harmonischen Operator



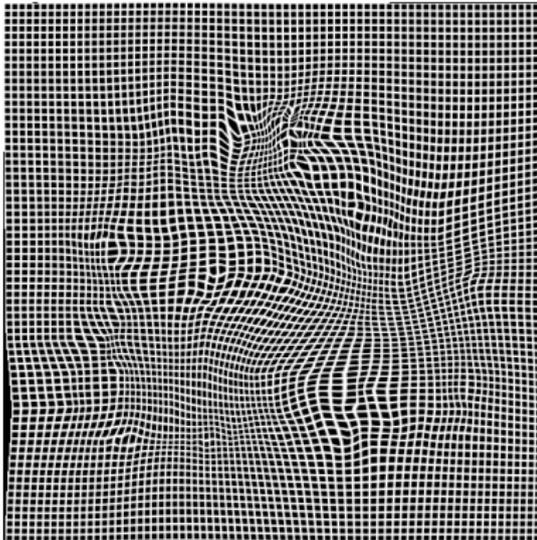
Koordinatentransformation

- ▶ Es treten vereinzelt lokal artifizielle Deformationen auf.



Templatebild $T \circ \phi_{\text{sesqui-harm}}$

Mit dem sesqui-harmonischen Operator



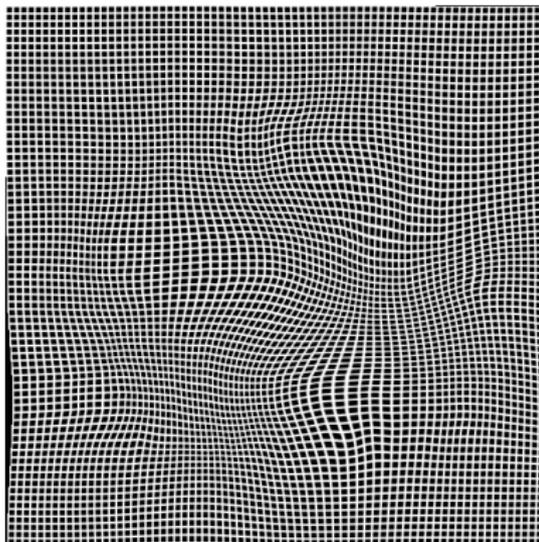
Koordinatentransformation

- ▶ Es treten vereinzelt lokal artifizielle Deformationen auf.
- ▶ Die sesqui-harmonische Regularisierung reicht auch nicht.



Templatebild $T \circ \phi_{\text{sesqui-harm}}$

Mit dem biharmonischen Operator

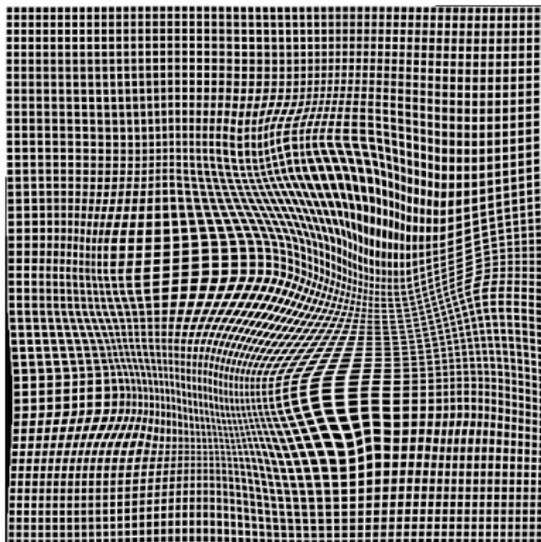


Koordinatentransformation



Templatebild $T \circ \phi_{\text{biharmonisch}}$

Mit dem biharmonischen Operator



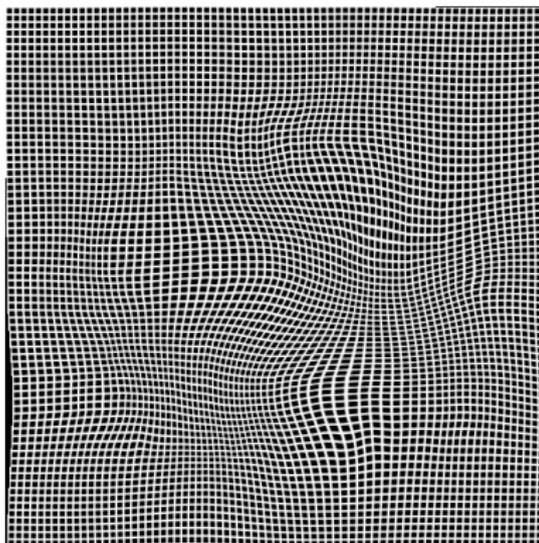
Koordinatentransformation

- ▶ Es treten keine Deformationen auf.



Templatebild $T \circ \phi_{\text{biharmonisch}}$

Mit dem biharmonischen Operator



Koordinatentransformation

- ▶ Es treten keine Deformationen auf.
- ▶ Die biharmonische Regularisierung reicht aus.



Templatebild $T \circ \phi_{\text{biharmonisch}}$



Referenzbild R



Templatebild T



Referenzbild R



$$1 - \|\nabla R\|_2$$



Templatebild T



$$1 - \|\nabla T\|_2$$



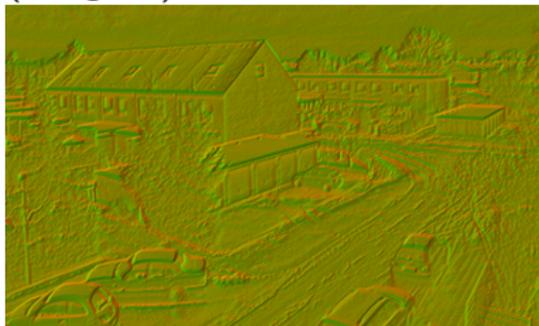
$$(\text{rot,grün})^t = \nabla R$$



$$(\text{rot,grün})^t = \nabla T$$



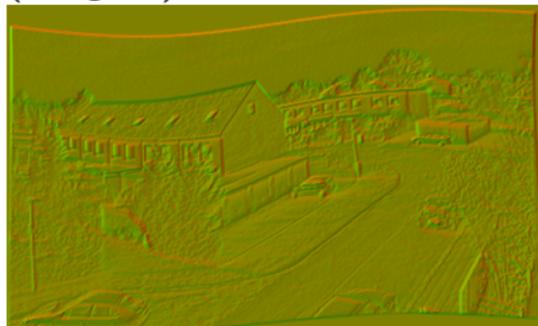
$$(\text{rot,grün})^t = \nabla R$$



$$(\text{rot,grün})^t = \nabla R \cdot \frac{1}{0.001 + \sqrt{\|\nabla R\|_2}}$$

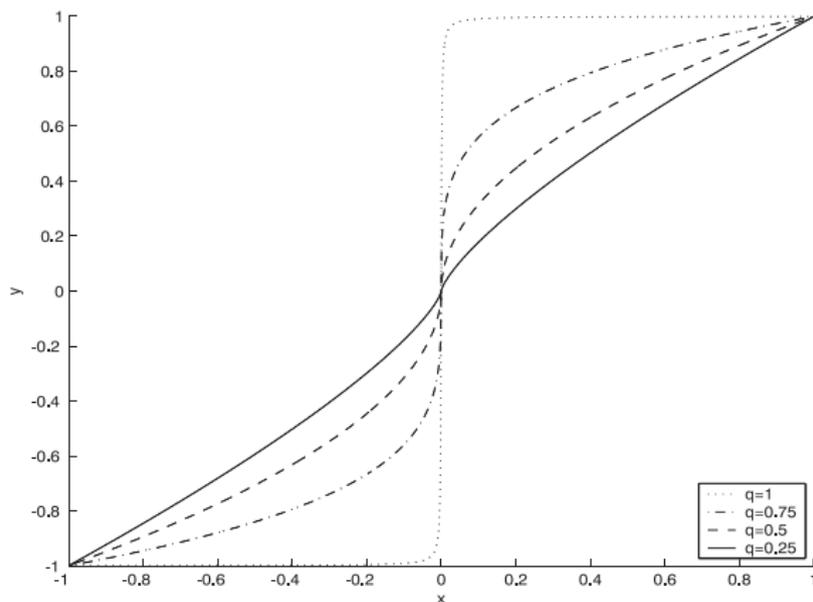


$$(\text{rot,grün})^t = \nabla T$$



$$(\text{rot,grün})^t = \nabla T \cdot \frac{1}{0.001 + \sqrt{\|\nabla T\|_2}}$$

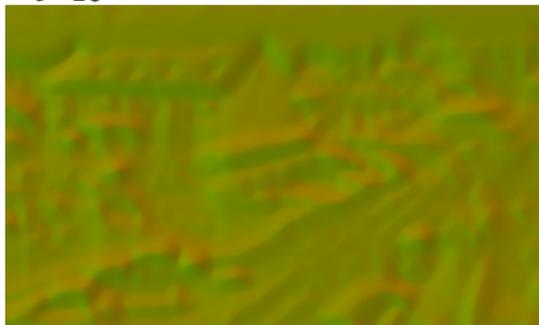
Gradienten-Längentransformation



$$y = x \cdot \frac{1}{0.001 + (x)^q}$$



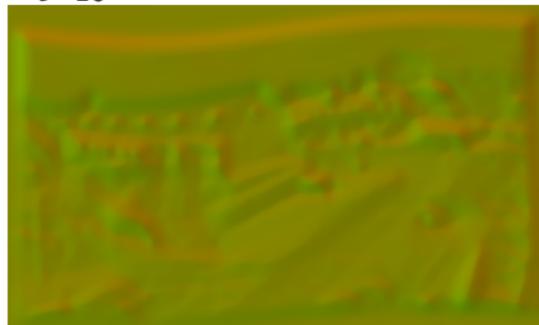
$R_{t=10}$



$$(\text{rot,grün})^t = \nabla R_{t=10} \cdot \frac{1}{0.001 + \sqrt{\|\nabla R_{t=10}\|_2}}$$



$T_{t=10}$



$$(\text{rot,grün})^t = \nabla T_{t=10} \cdot \frac{1}{0.001 + \sqrt{\|\nabla T_{t=10}\|_2}}$$

Ausblenden von Bildteilen durch eine Gewichtungsmaske



Referenzbild



Gewichtungsmaske

Ausblenden von Bildteilen durch eine Gewichtungsmaske



Referenzbild



Gewichtungsmaske

$$f_i(\vec{x}) := f_i(\vec{x}) \cdot M(\vec{x}) \quad \forall \vec{x} \in \Omega, \quad i = 1, \dots, n$$

$$D_{R,T}(\phi) := \int_{\Omega} M(\vec{x}) \cdot d(R, T \circ \phi; \vec{x})^2 \, d\vec{x}$$

Ergebnis der Bildanpassung

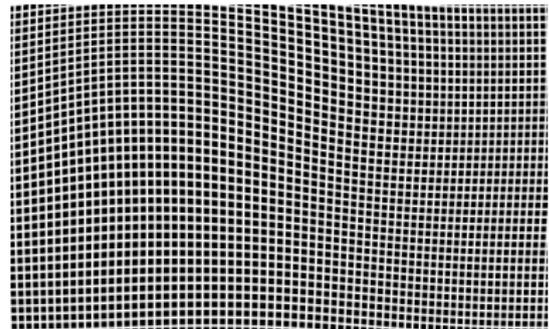
verformtes Template →



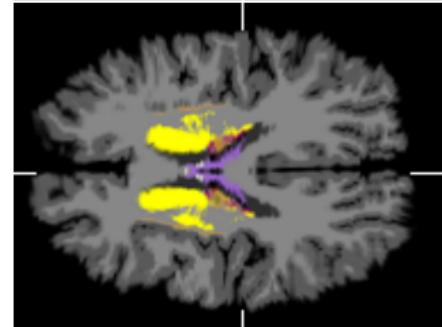
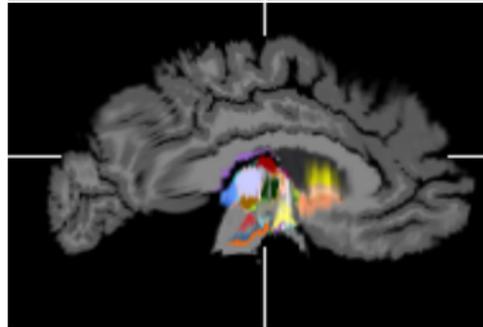
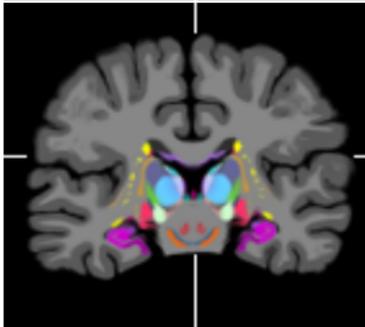
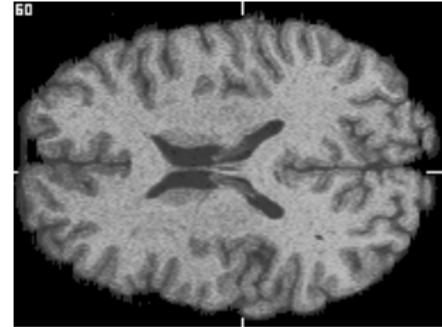
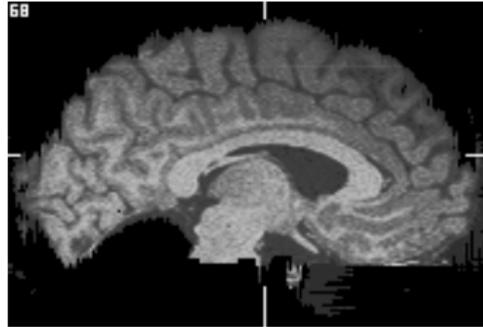
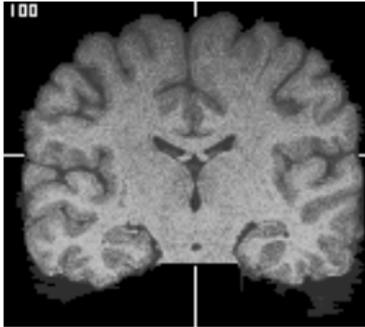
Referenzbild



Koordinatentransformation →



Atlas auf MR-Bild



coronale Sicht

sagittale Sicht

horizontale Sicht



zum Nachlesen

<http://www-public.rz.uni-duesseldorf.de/~doloe001/multimodal/>